



DESMISTIFICANDO O TRATAMENTO QUANTITATIVO DE DERIVATIVOS MULTINDEXADOS EM NEGOCIAÇÕES SOCIETÁRIAS COM CLÁUSULAS PATH-DEPENDENT: UMA ABORDAGEM SIMPLIFICADA DE SIMULAÇÕES DE MONTE CARLO

DEMYSTIFYING THE QUANTITATIVE TREATMENT OF MULTI- INDEXED DERIVATIVES IN CORPORATE NEGOTIATIONS WITH PATH-DEPENDENT CLAUSES: A SIMPLIFIED APPROACH TO MONTE CARLO SIMULATIONS

DOI: 10.5281/zenodo.21879406



Renato Annoni¹

Wesley Mendes Carvalho²

RESUMO

Cláusulas contratuais em negociações societárias — como mecanismos de earn-out, ratchets e gatilhos de performance escalonados no tempo — configuram, em sua essência, instrumentos financeiros contingentes multindexados e dependentes de trajetória (path-dependent), ainda que raramente tratados como tal pelas partes que os negociam. Observa-se, nesse contexto, uma lacuna científica: a ausência de um arcabouço conceitual-metodológico sistemático e acessível para modelar e valorar esse tipo de instrumento sem exigir domínio prévio de finanças quantitativas. Este artigo parte da questão de como a Simulação de Monte Carlo (SMC) multivariada pode ser estruturada para modelar e valorar cláusulas societárias multindexadas e dependentes de trajetória, propondo a SMC multivariada como via metodológica central, em contraposição à busca por soluções analíticas fechadas — cujo desenvolvimento se torna desproporcionalmente custoso à medida que cresce o número de indexadores correlacionados envolvidos. Parte-se da constatação de que a lógica de precificação contingente, já consolidada no mercado de derivativos financeiros, é diretamente transponível ao contexto societário, bastando adaptar a origem dos índices simulados. Apresenta-se, de forma didática, o algoritmo de simulação de trajetórias correlacionadas via decomposição de Cholesky, generalizado para múltiplos índices, e propõe-se uma tipificação sistemática dos payoffs path-dependent mais recorrentes — organizada segundo uma taxonomia de complexidade crescente (tabela

1 PUC-SP. E-mail: renato.annoni@gmail.com

2 FIPECAFI. E-mail: wesley.carvalho@m2msaber.com.br





AQCN/categorização analítica) —, com fórmulas genéricas que funcionam como módulos combináveis para qualquer cláusula concreta. A contribuição do artigo é de natureza conceitual, metodológica e didática — não empírica —, discutindo-se, por fim, as diferenças relevantes entre o contexto financeiro e o societário e apontando-se extensões futuras, incluindo exemplos numéricos ilustrativos e a incorporação de parâmetros dependentes do tempo.

Palavras-chave: Simulação de Monte Carlo; derivativos multivariados; cláusulas path-dependent; negociações societárias; apreçamento de instrumentos contingentes.

ABSTRACT

Contractual clauses in corporate negotiations — such as earn-outs, ratchets, and time-staggered performance triggers — are, in essence, multi-indexed and path-dependent contingent financial instruments, even though the parties who negotiate them rarely treat them as such. A scientific gap is observed in this context: the absence of a systematic and accessible conceptual-methodological framework for modeling and valuing this type of instrument without requiring prior expertise in quantitative finance. This article starts from the question of how multivariate Monte Carlo Simulation (MCS) can be structured to model and value multi-indexed, path-dependent corporate clauses, proposing multivariate MCS as the central methodological approach, as opposed to the search for closed-form analytical solutions — whose derivation becomes disproportionately costly as the number of correlated indexers involved grows. The starting point is the observation that the contingent-pricing logic already well established in the financial derivatives market is directly transferable to the corporate context, requiring only that the origin of the simulated indexes be adapted. The article presents, in a didactic manner, the algorithm for simulating correlated trajectories via Cholesky decomposition, generalized to multiple indexes, and proposes a systematic typification of the most recurrent path-dependent payoffs — organized according to a taxonomy of increasing complexity (AQCN table/analytical categorization) — with generic formulas that function as combinable modules for any concrete clause. The article's contribution is conceptual, methodological, and didactic in nature — not empirical —, and it concludes by discussing the relevant differences between the financial and corporate contexts and outlining future extensions, including illustrative numerical examples and the incorporation of time-dependent parameters.

Keywords: Monte Carlo Simulation; multivariate derivatives; path-dependent clauses; corporate negotiations; contingent instrument pricing.

1. INTRODUÇÃO

O apreçamento quantitativo de instrumentos contingentes nasceu, historicamente, da constatação recorrente de que os procedimentos usuais de avaliação nem sempre são suficientes para suprir as demandas mais imediatas das partes envolvidas em uma negociação. Essa constatação, que já motivou décadas de desenvolvimento no mercado de derivativos financeiros, hoje encontra um paralelo direto — e ainda pouco explorado — no universo das





negociações societárias. Operações de fusões e aquisições, acordos de acionistas e mecanismos de ajuste de preço vêm incorporando, com frequência crescente, cláusulas contratuais cuja liquidação depende não de um valor fixo, mas de indicadores futuros e incertos: receita, EBITDA, múltiplos de mercado, variação cambial, taxas setoriais, entre outros. Cláusulas de *earn-out*, mecanismos de *ratchet*, gatilhos de performance escalonados no tempo — todos compartilham uma mesma natureza: são, de fato, instrumentos financeiros contingentes disfarçados de linguagem contratual.

O problema é que esse instrumental quantitativo, plenamente desenvolvido no âmbito dos derivativos financeiros, raramente chega às mãos de quem efetivamente estrutura e negocia essas cláusulas — advogados, executivos, membros de comitês de investimento. O resultado é uma lacuna prática: cláusulas cada vez mais sofisticadas sendo redigidas e negociadas sem que suas partes tenham à disposição uma forma acessível de estimar o valor econômico embutido nelas.

Essa sofisticação crescente não surge por acaso. Assim como no mercado de derivativos, ela é fruto da combinação de três forças que se retroalimentam: a sofisticação das próprias demandas das partes negociantes, que buscam mecanismos cada vez mais precisos de alinhamento de interesses e mitigação de risco; a criatividade de quem estrutura o instrumento contratual, sempre em busca de soluções sob medida para cada negociação específica; e a exigência, cada vez mais presente, de uma abordagem de controle de risco genuinamente analítica — não apenas qualitativa ou intuitiva. É essa tríade que explica por que cláusulas simples de ajuste de preço vêm dando lugar a estruturas multindexadas, que dependem simultaneamente de mais de um indicador correlacionado, e *path-dependent*, cujo valor final depende não apenas de onde os índices terminam, mas de como sua trajetória se desenrola ao longo do tempo contratual.

É exatamente nesse ponto que reside o problema central deste artigo. Quando uma cláusula depende de múltiplos índices correlacionados e, ao mesmo tempo, de sua trajetória completa — e não apenas de seu valor terminal —, a obtenção de uma solução analítica fechada para o seu apreçamento deixa de ser trivial, e com frequência deixa de existir. Mesmo



no caso mais simples de dependência entre dois ativos, sem qualquer componente de trajetória, já é necessário um desenvolvimento matemático considerável para se chegar a uma fórmula fechada consistente. Quando se soma a isso a dependência de caminho e a possibilidade de três, quatro ou mais indicadores correlacionados, a busca por uma fórmula fechada geral se torna, na prática, inviável.

A proposta deste artigo não é, portanto, resolver esse problema pela via analítica, mas contorná-lo pela via numérica. A Simulação de Monte Carlo (SMC) se adequa naturalmente ao cálculo de derivativos que dependem do caminho do ativo objeto, e não apenas de seu valor final, e sua estrutura se expande com relativa facilidade para acomodar múltiplos índices correlacionados simultaneamente. Essas duas propriedades — generalização para múltiplos índices e naturalidade no tratamento de trajetórias — são exatamente as que faltam à abordagem puramente analítica, e são elas que tornam a SMC a ferramenta central deste trabalho.

É nesse ponto que se localiza a lacuna científica que motiva este artigo: a ausência, na literatura voltada a negociações societárias, de um arcabouço conceitual-metodológico sistemático e acessível para modelar e valorar cláusulas multindexadas e dependentes de trajetória — instrumental que, embora consolidado no mercado de derivativos financeiros, não chega a ser adaptado e generalizado para esse contexto de forma didática. A questão que orienta este trabalho é, portanto: como a Simulação de Monte Carlo multivariada pode ser estruturada para modelar e valorar cláusulas societárias multindexadas e dependentes de trajetória?

Para responder a essa questão, o objetivo geral deste artigo é propor e sistematizar uma estrutura conceitual-metodológica, baseada na Simulação de Monte Carlo multivariada, para a modelagem e a valoração de cláusulas societárias multindexadas e dependentes de trajetória, tornando esse instrumental acessível a um público não necessariamente quantitativo. Esse objetivo geral se desdobra em três objetivos específicos: (i) estabelecer a ponte conceitual entre o instrumental de precificação de derivativos financeiros e as cláusulas contratuais societárias multindexadas e *path-dependent*, justificando por que a simulação — e



não a fórmula fechada — é o caminho metodológico mais adequado a esse contexto; (ii) descrever, de forma didática e generalizável, o algoritmo de simulação de trajetórias correlacionadas via decomposição de Cholesky para múltiplos índices; e (iii) propor uma tipificação sistemática — a taxonomia AQCEN — dos payoffs *path-dependent* recorrentes em cláusulas societárias, com fórmulas de payoff genéricas organizadas por nível de complexidade e estruturadas como módulos combináveis.

O artigo está estruturado da seguinte forma. A Seção 2 estabelece a ponte conceitual entre o vocabulário de derivativos financeiros e o vocabulário de cláusulas societárias multindexadas, mostrando que a lógica de precificação contingente é, em essência, a mesma. A Seção 3 discute por que a simulação — e não a fórmula fechada — é o caminho metodológico mais adequado a esse contexto, sem deixar de reconhecer os trade-offs dessa escolha. A Seção 4 apresenta o núcleo quantitativo didático do artigo: o algoritmo de Simulação de Monte Carlo para múltiplos índices correlacionados, incluindo a transformação de Cholesky como mecanismo central de geração de trajetórias correlacionadas. A Seção 5 apresenta uma tipificação dos payoffs *path-dependent* aplicáveis a cláusulas societárias, com fórmulas genéricas organizadas por nível de complexidade estrutural. A Seção 6 discute o que muda — e o que permanece — ao se transportar esse instrumental do mercado de derivativos financeiros para o contexto das negociações societárias. Por fim, a Seção 7 conclui o artigo, retomando sua proposta de desmistificação e apontando extensões possíveis para trabalhos futuros.

2. DO DERIVATIVO FINANCEIRO À CLÁUSULA SOCIETÁRIA MULTINDEXADA

Para compreender por que cláusulas societárias multindexadas *path-dependent* podem — e devem — ser tratadas com o mesmo instrumental quantitativo já consolidado no mercado de derivativos financeiros, é útil recuperar, ainda que brevemente, a própria gênese desse instrumental. A lógica de precificação contingente não nasceu no mercado financeiro sofisticado das últimas décadas; ela remonta à necessidade, muito mais antiga, de proteção e





transferência de risco entre partes com expectativas distintas sobre o futuro. Já no século XVII, operações com compromisso de liquidação futura sobre commodities agrícolas no Japão anteciparam a lógica que, séculos depois, seria formalizada e organizada nos mercados futuros modernos — cuja origem mais estruturada remonta a 1848, com a criação do Chicago Board of Trade. Ali, a padronização de preços, prazos e condições de entrega resolveu um problema muito concreto: produtores agrícolas precisavam de uma forma de garantir o preço futuro de sua produção, transferindo a um especulador disposto a assumi-lo o risco inerente à oscilação de preços. É exatamente esse mecanismo — transferência de risco mediante um contrato contingente ao valor futuro de algo — que está no cerne de qualquer instrumento derivativo, seja ele um contrato futuro sobre soja no século XIX, seja ele uma cláusula de *earn-out* atrelada a receita futura em uma operação societária do século XXI.

No Brasil, esse desenvolvimento seguiu um caminho particular: o mercado de derivativos local nasceu em um contexto de grande instabilidade macroeconômica, e é justamente essa instabilidade — e não a mera sofisticação financeira por si — que impulsionou o setor privado a criar mecanismos de proteção e sobrevivência, culminando na criação da Bolsa de Mercadorias e Futuros de São Paulo em 1985. Esse detalhe histórico carrega uma lição que interessa diretamente ao presente artigo: instrumentos contingentes sofisticados não surgem por acaso ou por moda técnica — eles surgem como resposta direta a uma necessidade real de gestão de risco em um ambiente de incerteza. A mesma lógica está, hoje, por trás da proliferação de cláusulas contratuais condicionadas em negociações societárias: elas não são um exercício de engenharia contratual gratuita, mas uma resposta às mesmas forças de incerteza e assimetria de expectativas entre as partes.

Dentro do amplo espectro de instrumentos derivativos — contratos a termo, futuros, opções e swaps —, é o swap que mais diretamente ilumina a ponte que este artigo pretende construir. Um swap, em sua definição mais essencial, é um acordo entre duas partes para trocar, em data futura, a variação relativa entre dois indexadores distintos aplicados sobre um valor de referência comum, o chamado *notional*. Sua origem também carrega um episódio ilustrativo: em agosto de 1981, a IBM e o Banco Mundial estruturaram, com a intermediação





do banco Salomon Brothers, uma operação que trocava exposições em moedas europeias por exposição em dólar americano — não porque uma fórmula matemática exigisse essa estrutura, mas porque cada parte tinha uma necessidade específica e complementar à da outra, e o instrumento contratual foi desenhado sob medida para atendê-las simultaneamente. Esse episódio é emblemático porque revela a verdadeira natureza de qualquer instrumento contingente customizado: ele nasce do encontro entre demandas específicas de partes distintas, mediado por quem tem o conhecimento técnico para estruturar um contrato que sirva a ambas.

É esse mesmo processo de customização progressiva que explica a evolução dos swaps convencionais em direção a estruturas cada vez mais elaboradas. O que começa como uma simples troca de indexadores — por exemplo, uma taxa prefixada contra uma taxa DI, ou uma exposição em dólar contra uma exposição em euro — evolui, à medida que as partes acumulam experiência e sofisticação em suas próprias demandas, para estruturas com limitadores superiores e inferiores sobre os índices envolvidos (os chamados *cap* e *floor*, cuja combinação é conhecida como *collar*), opções de arrependimento que permitem a uma das partes desistir da operação mediante o pagamento de um prêmio, e mecanismos de ativação ou extinção condicionados ao cruzamento de determinado patamar pelos índices — os conhecidos *Knock-in* e *Knock-out*, nos quais direitos e obrigações contratuais passam a valer, ou deixam de valer, a partir do momento em que um gatilho é atingido. Cada uma dessas camadas adicionais de sofisticação surge da mesma tríade que já foi mencionada na introdução deste artigo: demandas cada vez mais específicas das partes, criatividade de quem estrutura o instrumento, e uma exigência crescente de controle analítico do risco embutido no contrato.

A transposição desse raciocínio para o universo das negociações societárias é direta assim que se substitui o vocabulário. Onde antes se tinha duas contrapartes trocando a variação entre uma taxa prefixada e uma taxa DI, tem-se agora, por exemplo, um comprador e um vendedor em uma operação de M&A condicionando parte do preço a uma métrica de performance futura da empresa adquirida. Onde antes se tinha limitadores de *cap* e *floor* sobre





um índice de mercado, tem-se agora tetos e pisos contratuais sobre uma métrica de receita ou EBITDA. Onde antes se tinha uma opção de arrependimento mediante prêmio, tem-se mecanismos contratuais de saída condicionada. A estrutura formal — um payoff contingente a indexadores futuros e incertos, negociado sob medida entre partes com expectativas distintas — é essencialmente a mesma; muda apenas o rótulo com que o mercado batiza cada instrumento. Do ponto de vista contratual, essa customização suscita também questões próprias de determinabilidade do objeto e de boa-fé objetiva na negociação de cláusulas de preço contingente — tema tratado em profundidade por Alves (2016), cuja análise oferece fundamentação complementar de direito contratual para a caracterização dessas cláusulas no direito brasileiro.

É nesse ponto que se justifica o termo **multindexado**, central para este artigo. Assim como um swap pode ser estruturado sobre um único par de indexadores ou sobre uma combinação mais ampla de referências — o próprio conjunto de indexadores negociáveis em contratos padronizados de swap no mercado brasileiro já contempla, por exemplo, treze referências distintas, de taxas de juros a índices de preços, câmbio e cestas de ações —, uma cláusula societária pode igualmente depender não de um único indicador, mas de uma combinação de fatores heterogêneos: uma métrica de receita, uma variação cambial e um múltiplo de mercado, todos simultaneamente relevantes para a liquidação da cláusula. A diferença entre um instrumento univariado e um instrumento multivariado, aqui, não é uma diferença de natureza, mas de dimensionalidade — e essa dimensionalidade adicional é exatamente o que torna o tratamento analítico progressivamente mais custoso, tema retomado na Seção 3.

Por fim, cabe introduzir com igual clareza o segundo conceito estrutural deste artigo: o de dependência de caminho, ou **path-dependence**. Nos exemplos de swap convencional descritos acima, o payoff da operação é determinado pelo valor dos indexadores observados numa única data — o vencimento do contrato. Essa é a lógica europeia clássica: o que importa é onde os índices terminam, não como chegaram até lá. Cláusulas societárias mais sofisticadas, no entanto, frequentemente rompem com essa lógica: o valor final de um *earn-*



out, por exemplo, pode depender da trajetória de receita ao longo de múltiplos períodos de apuração, não apenas de seu valor no encerramento do período de referência; um mecanismo de *ratchet* pode depender de a empresa ter permanecido acima de determinado patamar de performance por um período mínimo contínuo; um gatilho de ajuste pode depender do maior valor observado de um indicador ao longo de todo o período contratual, não de seu valor terminal. Em todos esses casos, o "como" da trajetória passa a ser tão relevante quanto o "onde" do ponto de chegada — e é esse tipo de estrutura que a abordagem puramente analítica, herdada dos casos europeus mais simples, tem maior dificuldade de acomodar. É esse o gancho conceitual que conduz à próxima seção: uma vez estabelecido que se está diante de instrumentos simultaneamente multindexados e dependentes de trajetória, torna-se necessário justificar por que a simulação — e não a busca por uma fórmula fechada — é o caminho metodológico mais adequado.

3. POR QUE SIMULAÇÃO, E NÃO FÓRMULA FECHADA, É O CAMINHO NATURAL AQUI

Tendo estabelecido, na seção anterior, que se está diante de instrumentos simultaneamente multindexados e dependentes de trajetória, cabe agora justificar uma escolha metodológica que não é óbvia à primeira vista: por que privilegiar a simulação numérica em detrimento da busca por uma fórmula fechada de apreçamento? Afinal, a tradição da engenharia financeira sempre valorizou, com razão, a elegância e a precisão de uma solução analítica completa. É preciso, portanto, argumentar com cuidado por que esse caminho, embora nobre, deixa de ser o mais adequado à medida que a complexidade do instrumento cresce — e é justamente esse ponto de inflexão que esta seção pretende esclarecer.

O apreçamento de qualquer derivativo contingente pode, em linhas gerais, seguir duas grandes famílias de abordagem. A primeira parte da formulação e resolução de uma equação diferencial que descreve o comportamento do instrumento — a mesma lógica que fundamenta a célebre equação de Black & Scholes —, chegando-se, quando possível, a uma solução analítica fechada, sujeita a condições de contorno específicas do payoff em questão. A



segunda parte diretamente do cálculo da esperança estatística do payoff descontado a valor presente, podendo essa esperança ser obtida tanto analiticamente quanto por aproximação numérica. Dentre as opções exóticas negociadas no mercado, algumas comportam solução por métodos analíticos, enquanto outras — dada a maior complexidade de suas regras de payoff — exigem métodos numéricos. A escolha entre uma via e outra não é uma questão de preferência estética, mas de viabilidade prática diante da estrutura do instrumento que se pretende apreçar.

Para ilustrar concretamente onde está o limite da via analítica, vale recuperar um caso didático: o de um instrumento bivariado simples, dependente de dois indexadores correlacionados. Nesse caso mais elementar, a solução analítica é obtida quase diretamente, bastando calcular a esperança estatística de cada uma das pontas do contrato e tomar sua diferença. Basta, porém, introduzir limitadores contratuais — um teto e um piso aplicáveis a cada uma das partes — para que o apreçamento deixe de ser trivial e passe a exigir a decomposição do instrumento original em um conjunto de opções sintéticas, cada uma delas precisando ser tratada e resolvida individualmente antes de recompor o valor total do contrato.

Se a esse mesmo instrumento se adiciona ainda uma opção de arrependimento — o direito de uma das partes desistir da operação —, o payoff resultante deixa de poder ser decomposto em casos mais simples já conhecidos, tornando-se, ele próprio, um problema de apreçamento genuinamente novo, sem solução direta na literatura disponível. E o mais revelador: basta acrescentar uma **terceira** variável aleatória correlacionada a esse mesmo instrumento — passando de um caso bivariado para um caso trivariado — para que o problema, mesmo com um payoff aparentemente simples, se torne o caso de apreçamento mais complexo dentre todos os tratados. Ou seja: o salto de complexidade analítica entre dois e três indexadores correlacionados não é incremental — é abrupto.

Esse padrão não é uma peculiaridade de um caso isolado; é sintomático de um problema estrutural mais amplo. A ausência de soluções fechadas publicadas para instrumentos com essas características pode ser atribuída a alguns fatores recorrentes: por vezes trata-se de uma efetiva especificidade do produto, mas com frequência a explicação





mais honesta é simplesmente o elevado grau de tratamento matemático exigido, que demanda uma formulação extensa e, por isso, pouco atrativa de se desenvolver e documentar. É essa mesma constatação — de que o desenvolvimento analítico se torna progressivamente mais extenso, mais trabalhoso e mais frágil a cada dimensão ou regra adicional incorporada ao payoff — que orienta a escolha metodológica central deste artigo.

É nesse ponto que a Simulação de Monte Carlo se apresenta não como um atalho ou uma solução de segunda categoria, mas como a ferramenta estruturalmente mais adequada ao problema. A SMC pode ser descrita, em termos simples, como um gerador de números aleatórios configurado de forma que os cenários simulados se aproximem, em quantidade e qualidade suficientes, do comportamento real do fenômeno que se deseja representar. Ao contrário da via analítica — em que cada nova regra de payoff ou cada nova dimensão exige, como se viu, uma reformulação matemática própria e potencialmente muito mais complexa —, a SMC possui duas vantagens estruturais que endereçam exatamente os dois eixos de complexidade discutidos acima: sua fácil expansão para instrumentos de maior dimensionalidade, bastando simular tantas séries aleatórias correlacionadas quantos forem os indexadores envolvidos, e sua fácil adequação ao cálculo de derivativos cujo payoff dependa da trajetória completa do ativo — e não apenas de seu valor final. Onde a fórmula fechada precisa ser reconstruída do zero a cada nova regra contratual, a simulação absorve a mesma regra adicional apenas ajustando a forma como o payoff é calculado sobre a trajetória já simulada — sem exigir uma nova derivação matemática completa.

É importante, no entanto, manter um tom honesto — e não promocional — em relação ao método escolhido, reconhecendo abertamente seu principal custo. A desvantagem já conhecida da Simulação de Monte Carlo é a sua exigência computacional: comparada a uma fórmula fechada, quando esta existe, a simulação demanda maior capacidade de processamento, ferramentas computacionais mais robustas, tempo de execução mais longo e, tipicamente, menor exatidão pontual — ainda que essa margem de erro seja administrável e caia à medida que se aumenta o número de amostras simuladas. Esse trade-off, contudo, precisa ser lido à luz do que já foi exposto: a alternativa à SMC não é uma fórmula fechada





elegante e gratuita — é, com frequência, nenhuma fórmula fechada disponível, ou uma cuja obtenção consome um esforço analítico desproporcional ao ganho de precisão. Vale notar, ainda, que essa exigência computacional, embora real, não é um obstáculo intransponível: mesmo formulações matemáticas extensas já se mostraram viáveis de implementar com ferramentas relativamente acessíveis — o que reforça que o custo da simulação é uma questão de engenharia prática, não uma barreira estrutural ao uso do método.

A mensagem central desta seção, portanto, não é a de que a Simulação de Monte Carlo seja superior à via analítica em abstrato, mas a de que ela é o método que escala de forma proporcional — e não explosiva — à complexidade real das cláusulas societárias contemporâneas. Enquanto a via analítica se torna desproporcionalmente mais custosa a cada indexador ou regra adicional, a SMC absorve esse mesmo crescimento de forma modular, bastando ampliar a dimensão do vetor de índices simulados e ajustar a função de payoff aplicada sobre cada trajetória gerada. É exatamente esse caráter modular e generalizável que torna a próxima seção — o núcleo didático quantitativo da simulação de múltiplos índices correlacionados — o passo natural a seguir.

4. NÚCLEO DIDÁTICO QUANTITATIVO — SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO PARA MÚLTIPLOS ÍNDICES CORRELACIONADOS

Esta seção constitui o núcleo técnico do artigo, mas seu objetivo permanece didático: apresentar, passo a passo, como se constrói uma Simulação de Monte Carlo para múltiplos índices correlacionados — sem ainda entrar no cálculo do payoff propriamente dito, questão reservada à Seção 5, dedicada à tipificação das cláusulas *path-dependent*. A ideia é que, ao final desta seção, o leitor tenha em mãos um algoritmo genérico e replicável, aplicável a qualquer número de indexadores, sobre o qual bastará "encaixar" a regra de payoff específica de cada cláusula societária.





4.1 A ideia central da Simulação de Monte Carlo

A Simulação de Monte Carlo pode ser descrita, em sua essência, como um gerador de números aleatórios — em quantidade suficientemente grande — capaz de reproduzir, com boa aproximação, o comportamento de um fenômeno real de interesse. Esse gerador precisa necessariamente ser computacional, e sua utilidade depende inteiramente de uma correta configuração inicial: os números gerados só refletem o fenômeno que se pretende simular se as premissas do modelo — em especial a distribuição de probabilidade adotada para os retornos dos índices, suas volatilidades e suas correlações — estiverem corretamente especificadas antes de qualquer simulação começar. Em outras palavras, a qualidade de uma Simulação de Monte Carlo nunca é maior do que a qualidade das premissas com que ela foi alimentada — um ponto retomado na Seção 6, quando se discute a transposição desse instrumental para o contexto societário, onde essas premissas costumam ser mais incertas do que em mercados financeiros líquidos.

No caso específico de uma cláusula societária multindexada — dependente, digamos, de n índices simultâneos —, o gerador não pode simplesmente produzir n séries aleatórias independentes entre si. É preciso que essas séries carreguem, desde sua origem, o grau de correlação estipulado entre cada par de índices envolvidos. É exatamente esse requisito que torna a simulação de instrumentos multivariados uma etapa distinta — e mais delicada — do que a simulação de um único ativo isolado.

4.2 O problema específico de múltiplos índices: a correlação

Antes de qualquer número aleatório ser efetivamente gerado, é necessário ter em mãos a matriz de correlação entre os n índices que compõem a cláusula. Esse é o insumo estrutural de toda a simulação multivariada: sem ele, seria possível apenas simular n trajetórias independentes, o que ignoraria por completo o fato de que, na prática, indicadores como receita setorial, câmbio, múltiplos de mercado e taxas de juros tendem a se mover de forma relacionada — às vezes reforçando-se mutuamente, às vezes se compensando. Ignorar essa





estrutura de correlação não é uma simplificação inofensiva; é um erro de modelagem que pode distorcer significativamente o valor estimado da cláusula.

4.3 A transformação de Cholesky

O instrumento matemático que permite transformar séries aleatórias independentes em séries correlacionadas nos níveis desejados é a decomposição de Cholesky. Antes de apresentá-la em sua forma matricial geral, vale ilustrar a ideia em seu caso mais simples — dois índices apenas —, o que ajuda a construir a intuição antes de generalizar.

Suponha que u e v sejam duas variáveis aleatórias normais padrão, geradas de forma independente entre si. É possível construir, a partir delas, um novo par de variáveis w e z definidas como:

$$w \equiv u \quad z \equiv \rho \cdot u + \sqrt{(1-\rho^2)} \cdot v$$

Pode-se demonstrar que esse novo par (w, z) preserva as propriedades de uma distribuição normal padrão — média zero e variância unitária para cada uma delas — mas passa a exibir exatamente a correlação ρ desejada entre si: $\text{cov}(w, z) = \rho$. Ou seja, a partir de duas fontes de aleatoriedade totalmente independentes, obtém-se um par de séries que se movem de forma conjunta, no grau exato estipulado pelo parâmetro ρ . Esse é o princípio elementar por trás de toda a construção que se segue.

Quando o número de índices envolvidos ultrapassa dois, essa mesma lógica precisa ser generalizada por meio de álgebra matricial — não mais por conveniência, mas por necessidade de notação. Um resultado bastante conhecido da Álgebra Linear estabelece que qualquer matriz simétrica e positivamente definida M pode ser escrita como:

$$M = U \cdot D \cdot U^T$$

onde U é uma matriz triangular superior e D é uma matriz diagonal com todos os elementos da diagonal positivos. Como a matriz de covariância Σ entre os n índices da cláusula é, por construção, simétrica e positivamente definida, o mesmo resultado se aplica a ela:





$$\Sigma = U \cdot D \cdot U^T = (U \cdot \sqrt{D}) \cdot (\sqrt{D} \cdot U)^T$$

Definindo $C = U \cdot \sqrt{D}$, obtém-se a relação $C \cdot C^T = \Sigma$ — e é essa matriz C que se denomina **decomposição de Cholesky** de Σ . Na prática da simulação, o procedimento é o seguinte: geram-se n séries aleatórias normais padrão, a princípio independentes entre si; em seguida, multiplica-se esse vetor de séries independentes pela matriz de Cholesky C , previamente calculada a partir da matriz de correlação (ou covariância) desejada. O resultado dessa multiplicação são n novas séries que, embora derivadas de ruído independente, carregam exatamente a estrutura de correlação especificada entre cada par de índices — generalizando, para n dimensões, o mesmo princípio ilustrado acima para o caso de apenas dois índices.

4.4 O algoritmo genérico, passo a passo

Reunindo os elementos apresentados, o procedimento completo de Simulação de Monte Carlo para uma cláusula societária dependente de n índices correlacionados — e de sua trajetória ao longo do tempo — segue a seguinte sequência lógica:

- 1. Definição dos parâmetros da simulação.** Estabelece-se previamente o número de amostras (trajetórias) a serem geradas e o número de pontos de observação ao longo do período contratual — este último elemento sendo o que introduz, na simulação, a possibilidade de dependência de caminho, e não apenas de valor terminal.
- 2. Especificação da matriz de correlação.** Constrói-se a matriz de correlação (ou covariância) entre os n índices envolvidos na cláusula, com base em dados históricos, estimativas de mercado ou premissas contratualmente acordadas entre as partes.
- 3. Geração de séries aleatórias independentes.** Geram-se, para cada ponto de observação no tempo, n séries de números aleatórios normalmente distribuídos, a princípio independentes entre si.
- 4. Aplicação da transformação de Cholesky.** A matriz de correlação definida no passo 2 é decomposta segundo o procedimento descrito acima, e as n séries independentes geradas





no passo 3 são multiplicadas pela matriz de Cholesky resultante, produzindo n séries devidamente correlacionadas nos níveis estipulados.

5. Construção das trajetórias completas. A partir das séries correlacionadas, constrói-se a trajetória de cada um dos n índices ao longo de todo o período contratual — e não apenas seu valor no instante final —, respeitando o processo estocástico assumido para cada indexador (tipicamente um movimento browniano geométrico, ou variação equivalente adequada à natureza de cada índice).

6. Cálculo do payoff sobre cada trajetória simulada. (*desenvolvido em detalhe na Seção 5*) — para cada uma das amostras geradas, aplica-se a regra de payoff contratual específica da cláusula em análise sobre a trajetória completa simulada, e não apenas sobre seu valor terminal.

7. Repetição e agregação dos resultados. Repete-se o procedimento acima para todas as amostras definidas no passo 1, e toma-se a média dos payoffs obtidos — devidamente trazida a valor presente — como a estimativa final de valor da cláusula.

Vale destacar que esse mesmo algoritmo, descrito aqui de forma genérica para n índices, é a generalização direta de um procedimento cuja viabilidade prática e computacional já é bem estabelecida no mercado: mesmo estruturas multivariadas e dependentes de trajetória costumam ser implementadas com ferramentas de simulação relativamente acessíveis, sem exigir infraestrutura sofisticada — reforçando o ponto já discutido na Seção 3 de que a exigência computacional da SMC é administrável, e não uma barreira estrutural ao seu uso. É justamente essa mesma estrutura de sete passos, apenas generalizada de duas para n dimensões, que sustenta a proposta central deste artigo: um único arcabouço de simulação, replicável e modular, capaz de acomodar qualquer combinação de índices correlacionados e qualquer regra de payoff dependente de trajetória — bastando, a cada novo tipo de cláusula, substituir apenas o passo 6 do algoritmo acima pela fórmula de payoff correspondente, tema ao qual se dedica integralmente a próxima seção.





5. TIPIFICAÇÃO DOS PAYOFFS *PATH-DEPENDENT* EM CLÁUSULAS SOCIETÁRIAS — A TAXONOMIA AQCEN

5.0 Nota conceitual de abertura

Antes de apresentar a tipificação propriamente dita, cabe distinguir explicitamente **fórmula de payoff** (definição de quanto se paga, dado o caminho observado) de **fórmula de apreçamento** (a esperança estatística desse payoff descontado). Esta seção tipifica a primeira; é justamente a ausência de solução fechada geral para a segunda, nos casos multivariados/híbridos, que justifica a SMC como via central deste artigo.

Notação-base adotada ao longo da seção:

- $S_i(t)$ — valor do índice/fator i no instante t , $i = 1, \dots, n$;
- $t_0, t_1, \dots, t_m$ — datas de observação discretizadas no intervalo $[0, T]$;
- K — valor de referência/*strike* contratual; B (ou B_i) — barreira/limite;
- $\mathbb{1}_\cdot$ — função indicadora (1 se a condição se verifica, 0 caso contrário);
- w_i — peso contratual atribuído ao fator i (quando aplicável);
- τ — instante (aleatório) de ocorrência de um evento discreto.

A coluna "Método Quantitativo" da taxonomia a seguir confirma empiricamente a tese da Seção 3: a partir da estrutura univariada mais simples (linha 1), praticamente toda a tabela migra para Monte Carlo (simples, multivariado ou híbrido).

Essa heterogeneidade contratual — documentada empiricamente por Cain, Denis e Denis (2011), que descrevem *earn-outs* como estruturas complexas e variáveis quanto à métrica de desempenho, ao período de apuração e à sensibilidade do valor ao desempenho da empresa-alvo — fornece suporte factual à proposta de uma taxonomia modular como a AQCEN.





5.1 A tabela como espinha dorsal da seção

A tabela completa (19 linhas) é reproduzida no **Anexo I**. No corpo do texto, a seção percorre a tabela em blocos por família estrutural, com a fórmula de payoff genérica de cada linha.

5.1.1 Nota sobre a coluna "Análogo Financeiro"

Uma das colunas mais úteis da taxonomia — e também a que mais exige mediação para um leitor não familiarizado com o vocabulário de derivativos — é a que associa cada cláusula societária ao seu análogo consagrado no mercado financeiro. Essa coluna cumpre uma função pedagógica específica: ela ancora um conceito novo (a cláusula societária) a um conceito já nomeado e estudado há décadas na literatura de opções exóticas, permitindo que o leitor com alguma familiaridade financeira "empreste" a intuição já formada sobre o instrumento análogo. Vale, por isso, um glossário mínimo dos termos que aparecem na coluna, na ordem em que surgem na tabela:

- **Forward/Europeia** — o caso mais simples: o payoff depende do valor do ativo apenas na data de vencimento, sem qualquer dependência de trajetória.
- **Asian** (e suas variações "Asian Acumulada" e "Rolling Asian") — opções cujo payoff depende de uma média (ou acumulação) dos valores observados ao longo do tempo, e não de um único ponto.
- **Lookback** — opções cujo payoff depende do valor máximo ou mínimo observado ao longo de toda a trajetória.
- **Parisian** — variante mais restritiva da barreira convencional, em que o gatilho só é considerado válido se o ativo permanecer além do limite por um período mínimo contínuo (e não apenas tocá-lo instantaneamente).
- **Knock-In / Knock-Out** — opções de barreira convencionais, em que o direito ao payoff é ativado (*knock-in*) ou extinto (*knock-out*) quando o ativo cruza determinado nível.





- **Basket** — opções sobre uma cesta ponderada de múltiplos ativos, cujo payoff depende da combinação (soma, média ponderada) desses ativos, e não de um único indexador.
- **Rainbow / Multi-Asset** — família mais ampla de opções multivariadas, cujo payoff depende de uma função não necessariamente linear de vários ativos (por exemplo, o máximo entre eles), e não apenas de uma combinação ponderada simples.
- **Digital** (ou "binária") — opções cujo payoff é um valor fixo, pago integralmente se uma condição se verificar, e nulo caso contrário — sem qualquer proporcionalidade intermediária.
- **Barrier + Evento** — combinação híbrida entre uma opção de barreira convencional e um gatilho de evento discreto (jurídico, regulatório ou contratual).
- **Credit Barrier** — analogia com instrumentos de crédito cujo payoff é sensível a mudanças discretas de classificação de risco (rating), e não a uma variável contínua.
- **Sequential Trigger** — estruturas em que múltiplos eventos precisam ocorrer em uma ordem cronológica específica para que o payoff seja devido — menos comum como nomenclatura consolidada de mercado, mas útil como rótulo descritivo.
- **Multi-Barrier** — generalização da barreira convencional para múltiplas condições de persistência que precisam se verificar simultaneamente.
- **Regime Switching** — instrumentos cujo comportamento (e, portanto, a própria regra de payoff) muda de acordo com o regime ou estado vigente em cada momento, aproximando-se de modelos de mudança de regime usados em séries temporais financeiras.
- **Exótico Path-Dependent** — categoria "guarda-chuva" reservada à linha 19, que não corresponde a um único produto financeiro nomeado, mas sim à composição arquitetural de vários dos analógicos acima.

Vale um comentário crítico sobre essa coluna, no espírito de honestidade metodológica já adotado neste artigo: para as linhas mais avançadas da taxonomia (Blocos C e D), o "análogo financeiro" funciona mais como uma referência de família estrutural do que como

Revista *OWL Journal*, Campina Grande - PB, v. 4 n. 8 (2026) - ISSN 2965-2634

A Revista *OWL Journal* está licenciada com uma Licença Creative Commons Atribuição (CC BY)





uma correspondência exata a um produto padronizado e amplamente negociado no mercado. Isso não reduz sua utilidade didática, mas é importante que o leitor não interprete essas linhas como produtos com liquidez ou precificação de mercado consolidadas — ponto que será retomado, com mais profundidade, na Seção 6, ao discutir a menor disponibilidade de dados de mercado para calibração de instrumentos societários.

5.2 Bloco A — Cláusulas univariadas (linhas 1–7)

Payoff função de um único índice $S(t)$, mas já introduzindo a lógica de dependência de trajetória:

#	Cláusula	Payoff genérico
1	Valor observado em data única	$\Pi = f(S(T))$, tipicamente $\Pi = \max[S(T) - K, 0]$
2	Média de um indicador	$\Pi = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m S(t_j) - K$
3	Valor acumulado	$\Pi = \sum_{j=1}^m CF(S(t_j))$, com $CF(\cdot)$ a regra de acumulação contratual
4	Maior/menor valor observado	$\Pi = \max_{t \in [0, T]} S(t) - K$ ou $\Pi = S(T) - \min_{t \in [0, T]} S(t)$
5	Permanência acima/abaixo de limite	$\Pi = f(S(T)) \cdot 1[\sum_j \Delta t_j \cdot 1 S(t_j) \geq B \geq D]$, D = duração mínima exigida
6	Ativação/extinção por barreira	$\Pi = f(S(T)) \cdot 1[\exists, t \leq T : S(t) \geq B]$ (Knock-In) ou seu complemento (Knock-Out)
7	Média móvel	$\Pi(t_k) = \frac{1}{w} \sum_{j=k-w+1}^k S(t_j) - K$, w = tamanho da janela

As linhas 2–7 são variações de um mesmo "molde" — uma função da trajetória completa $\{S(t_0), \dots, S(t_m)\}$, e não apenas de $S(T)$ — reforçando a transição já anunciada na Seção 2.



5.3 Bloco B — Cláusulas multivariadas (linhas 8–12)

Generalização direta do Bloco A para um vetor de índices $S(t) = (S_1(t), \dots, S_n(t))$, correlacionados conforme a Seção 4:

#	Cláusula	Payoff genérico
8	Dois indicadores	$\Pi = w_1 S_1(T) + w_2 S_2(T) - K$ (ou $\Pi = \max[S_1(T) - S_2(T), 0]$, análogo a Margrabe)
9	Múltiplos indicadores	$\Pi = f(S_1(T), \dots, S_n(T))$, ex.: $\Pi = \max[S_1(T), \dots, S_n(T)] - K$
10	Enterprise Value	$\Pi = E(T) + D(T) - C(T) - K$, onde E = equity, D = dívida, C = caixa
11	Desempenho e passivos	$\Pi = \sum_i w_i \text{Perf}_i(T) - \sum_k \text{Pass}_k(T)$, sujeito a contingências $\mathbb{1}(\cdot)$ por passivo
12	Financeiros + macro + câmbio	$\Pi = f(S_{fin}(T), S_{macro}(T), S_{fx}(T), \dots)$, combinação ponderada ou condicional das famílias

A linha 8 corresponde ao caso bivariado, com Margrabe como caso particular, cujo desenvolvimento é aprofundado na Seção 5.6.2.

5.4 Bloco C — Cláusulas híbridas e adaptativas (linhas 13–18)

Aqui o payoff deixa de ser puramente algébrico e passa a ser **condicional/processual** — combinação de processos contínuos com eventos discretos ou mudanças de estado:

#	Cláusula	Payoff genérico (condicional)
13	Eventos jurídicos/regulatórios	$\Pi = G \cdot \mathbb{1}[\tau \leq T]$, τ = instante do evento, G = valor contratual do gatilho
14	Desempenho + eventos jurídicos	$\Pi = f(S(T)) \cdot \mathbb{1}[\tau \leq T] \cdot \mathbb{1}[S(t) \geq B, \forall t \leq \tau]$
15	Mudança de rating	$\Pi = \sum_k \Delta_k \cdot \mathbb{1}[\text{estado}(t) \text{ transita de } k \text{ para } k' \text{ até } T]$
16	Sequência de eventos	$\Pi = G \cdot \mathbb{1}[\tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_p \leq T]$ (ordem cronológica exigida)
17	Persistência múltipla	$\Pi = f(S(T)) \cdot \mathbb{1}[\text{condição de persistência}_i]$
18	Mudança de regime	$\Pi = \Pi_A(S(T)) \cdot \mathbb{1}[\text{regime} = A] + \Pi_B(S(T)) \cdot \mathbb{1}[\text{regime} = B]$



Aqui a fórmula deixa de ter a elegância fechada dos Blocos A/B e passa a exigir **pseudocódigo com condicionais** — uma limitação de notação, não de simulabilidade: a SMC trata isso com a mesma naturalidade, bastando registrar o estado/evento a cada passo de tempo simulado.

5.5 Bloco D — Arquitetura exótica multindexada (linha 19)

$$\Pi = \Phi(\Pi_{Bloco A(\cdot)}, \Pi_{Bloco B(\cdot)}, \Pi_{Bloco C(\cdot)})$$

onde $\Phi(\cdot)$ é a função (contratualmente definida) de composição/aninhamento dos blocos anteriores. Este é o "caso geral" que fecha o argumento do artigo: qualquer cláusula societária real tende a ser uma composição modular dos tipos elementares já tipificados — o que justifica a proposta de uma **arquitetura modular de simulação**, em vez de uma fórmula fechada única.

5.6 Desenvolvimento didático dos exemplos priorizados

5.6.1 Cláusula de média — o primeiro contato com a dependência de caminho

Este é, propositalmente, o exemplo mais simples do artigo, e por isso mesmo o mais didático: uma cláusula em que o valor a ser pago depende da **média** de um único indicador $S(t)$ observado em m datas ao longo do período contratual, e não de seu valor em uma única data de vencimento.

$$\Pi = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m S(t_j) - K$$

O que torna esse caso pedagogicamente valioso é justamente sua simplicidade algébrica combinada a uma ruptura conceitual importante em relação ao caso europeu convencional: para calculá-lo, não basta simular o valor final $S(T)$ de uma única trajetória — é necessário reconstruir a trajetória completa $S(t_1), \dots, S(t_m)$ em cada amostra simulada, exatamente como descrito no passo 5 do algoritmo apresentado na Seção 4. Nesse sentido,





esse exemplo já basta para ilustrar, de forma isolada e sem a complicação adicional de múltiplos índices correlacionados, o que significa, na prática, "aplicar o passo 6 do algoritmo" a uma regra de payoff *path-dependent*: para cada uma das amostras simuladas, calcula-se a média aritmética dos valores observados ao longo da trajetória, subtrai-se o valor de referência contratual K , e o resultado — trazido a valor presente e depois em média sobre todas as amostras — é a estimativa de valor da cláusula.

Vale notar que esse exemplo, embora simples, já é suficiente para evidenciar por que a via puramente analítica se torna menos vantajosa aqui: mesmo no caso univariado, a distribuição da média de uma trajetória de um processo estocástico contínuo não é, em geral, tão tratável quanto a distribuição do valor terminal isolado — motivo pelo qual esse tipo de estrutura (análoga às opções *Asian* no mercado de derivativos) é tradicionalmente associado, mesmo na literatura financeira consolidada, a métodos numéricos, e não a fórmulas fechadas simples.

5.6.2 Cláusula de dois indicadores — o caso bivariado com limitadores e opção de arrependimento

Este segundo exemplo cumpre uma função dupla: didaticamente, introduz a dimensão de correlação entre índices que faltava ao exemplo anterior; metodologicamente, é o ponto em que este artigo se conecta a um resultado analítico já estabelecido na literatura de apreçamento de swaps exóticos.

Considere-se uma cláusula societária estruturada de forma análoga a um *swap* entre duas partes — por exemplo, o comprador e o vendedor em uma operação societária, cada um exposto a um indicador distinto (A e P , por analogia à notação de "ativo" e "passivo" contratual). Na sua forma mais simples, o payoff dessa estrutura é apenas a diferença entre os dois indicadores observados na data de referência:

$$\Pi = (A - P)$$

Para o apreçamento desse caso mais elementar, basta calcular a esperança estatística de cada uma das pontas e tomar sua diferença — o equivalente, em terminologia de mercado,





a apurar o valor a mercado (*Mark-to-Market*) de cada uma das "pernas" do contrato separadamente. Mas, assim como no mercado de derivativos a sofisticação contratual raramente para nesse ponto, uma cláusula societária real tende a incorporar limitadores contratuais — um teto e um piso aplicáveis a cada um dos indicadores A e P —, resultando em um payoff que passa a incorporar, além da diferença original, um conjunto de opções sintéticas embutidas:

$$\Pi = (A - P) + \max(I_A - A, 0) - \max(A - S_A, 0) - \max(I_P - P, 0) + \max(P - S_P, 0)$$

onde I_A , S_A e I_P , S_P representam, respectivamente, os limitadores inferior e superior aplicáveis a cada um dos indicadores. E se, adicionalmente, a estrutura contemplar uma opção de arrependimento — o direito de uma das partes optar por não se sujeitar à liquidação da cláusula caso o resultado lhe seja desfavorável —, o payoff assume sua forma mais completa, sem que seja mais possível decompô-lo em nenhum dos casos anteriores de forma independente:

$$\Pi = \max[(A - P) + \max(I_A - A, 0) - \max(A - S_A, 0) - \max(I_P - P, 0) + \max(P - S_P, 0), 0]$$

É exatamente este último caso — bivariado, com limitadores em ambas as pontas e opção de arrependimento — que corresponde a um resultado já tratado na literatura de apreçamento de swaps exóticos³, na qual foi desenvolvida uma solução analítica fechada e inédita para esse payoff específico, configurando-se, sob certo ponto de vista, como uma generalização da clássica fórmula de Margrabe (1978) para *exchange options* — o caso mais simples de opção sobre a diferença entre dois ativos correlacionados. É esse mesmo resultado analítico bivariado que, na prática, oferece um duplo valor a este artigo: por um lado, serve de **validação cruzada** para a simulação — como já demonstrado na literatura correlata, a Simulação de Monte Carlo aplicada a esse payoff específico produziu resultados muito próximos aos da fórmula fechada, o que confere credibilidade adicional à abordagem

3 ANNONI, Renato. *Uma metodologia de apreçamento de swaps exóticos para derivativos multivariados*. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Modelagem Matemática em Finanças) — Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade / Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.





simulada como um todo; por outro lado, evidencia com clareza o limite prático da via analítica discutido na Seção 3 — pois a mera adição de uma **terceira** perna correlacionada a essa mesma estrutura (um terceiro indexador, por exemplo) já transforma esse problema, mesmo com um payoff aparentemente simples em sua forma reduzida, no caso de apreçamento mais complexo dentre os tratados naquele trabalho, sem decomposição possível em casos mais simples já resolvidos.

Na simulação, por contraste, essa mesma adição de uma terceira perna correlacionada não representa salto de complexidade algum: basta expandir a matriz de correlação de 2×2 para 3×3 no passo 2 do algoritmo, recalcular a decomposição de Cholesky correspondente no passo 4, e aplicar a mesma fórmula de payoff — agora estendida a três variáveis — no passo 6. É essa assimetria entre o custo de expansão analítico e o custo de expansão simulado que este exemplo, mais do que qualquer outro, torna tangível.

5.6.3 Arquitetura exótica multindexada — o caso geral

O terceiro e último exemplo priorizado não introduz, propriamente, uma fórmula nova — sua função é demonstrar que qualquer cláusula societária real tende a ser, na prática, uma **composição** dos elementos já tipificados nos blocos anteriores, e não uma estrutura genuinamente inédita a cada negociação.

Considere-se uma cláusula que combine, simultaneamente: (i) dependência de múltiplos indexadores correlacionados, como no Bloco B; (ii) uma regra de persistência ou barreira aplicada a um ou mais desses indexadores ao longo do tempo, como no Bloco A; e (iii) um evento discreto — por exemplo, a ocorrência de determinada condição regulatória ou jurídica — que condiciona a própria validade da cláusula, como no Bloco C. O payoff resultante pode ser escrito, de forma genérica, como uma função de composição:

$$\Pi = \Phi(\Pi_A(S(t)), \Pi_B(S(t)), \Pi_C(S(t)), \tau)$$

onde $\Phi(\cdot)$ é definida contratualmente — podendo ser uma soma ponderada, um produto (quando um bloco funciona como condição habilitadora dos demais, multiplicando-os por





uma indicadora $\mathbb{1} \cdot$), ou uma estrutura condicional mais elaborada, do tipo "se o evento τ ocorrer, aplica-se a regra X ; caso contrário, aplica-se a regra Y ".

O ponto central deste exemplo, e a razão de ele fechar o arco argumentativo do artigo, é que — do ponto de vista do algoritmo de simulação apresentado na Seção 4 — essa composição não exige nenhuma alteração estrutural nos passos 1 a 5: a trajetória correlacionada dos n índices já foi simulada de forma idêntica ao exemplo do item 5.6.2, apenas estendida ao número de indexadores efetivamente envolvidos. A única mudança está, novamente, no passo 6 — o cálculo do payoff sobre a trajetória —, que passa a incorporar múltiplas condições e regras aninhadas em vez de uma única fórmula algébrica direta. É essa propriedade — a de que a complexidade contratual se acomoda inteiramente no passo 6 do algoritmo, sem exigir a reconstrução dos demais passos — que sustenta a proposta central deste artigo: uma **arquitetura modular de simulação**, na qual cada nova cláusula societária, por mais sofisticada que pareça à primeira vista, é tratável como uma recombinação de módulos de payoff já tipificados, e não como um problema inteiramente novo a cada negociação.

5.7 A leitura via categorização analítica (Índice de Complexidade da Cláusula Quantitativa)

As sete dimensões do índice categorização analítica (CV, CD, CP, CO, CL, CT, CC — ver legenda no Anexo I) funcionam como um vocabulário comum para comparar cláusulas entre si sem precisar reler a fórmula de payoff toda vez. A progressão de rubricas da tabela — de "uma família; observação única" na linha 1 até "todas as dimensões arquiteturais" na linha 19 — estrutura visualmente a narrativa de complexidade crescente desta seção, e serve também como proxy qualitativo do esforço computacional esperado da SMC para cada cláusula, conectando de volta ao trade-off discutido na Seção 3.





6. DISCUSSÃO — O QUE MUDA (E O QUE NÃO MUDA) AO SAIR DO MERCADO DE DERIVATIVOS PARA O SOCIETÁRIO

Tendo desenvolvido o arcabouço quantitativo completo — da justificativa metodológica ao algoritmo de simulação e à tipificação dos payoffs —, cabe agora um momento de honestidade analítica: até que ponto essa transposição do instrumental de derivativos financeiros para o universo das negociações societárias é, de fato, direta? Esta seção argumenta que a resposta é dupla — a lógica de precificação permanece intacta, mas suas premissas de calibração exigem cautela adicional que não pode ser ignorada.

6.1 O que permanece: a lógica de precificação por esperança estatística

O núcleo metodológico deste artigo — apreçar um instrumento contingente pela esperança estatística de seu payoff descontado, estimada por Simulação de Monte Carlo — não depende, em nenhum momento de sua construção, da natureza específica do ativo subjacente. A transformação de Cholesky que correlaciona as trajetórias simuladas, o algoritmo de sete passos apresentado na Seção 4, e a própria lógica de composição modular de payoffs apresentada na Seção 5 são, todos eles, agnósticos quanto à origem do índice que está sendo simulado. Um índice de receita setorial, uma métrica de EBITDA, uma taxa de câmbio ou um múltiplo de mercado entram na simulação exatamente da mesma forma que entraria uma taxa de juros ou uma cotação de ação — como uma trajetória estocástica correlacionada às demais. É essa agnosticidade estrutural que permite afirmar, com segurança, que o instrumental originalmente desenvolvido para o apreçamento de swaps exóticos no mercado financeiro se aplica, sem necessidade de reformulação metodológica, ao apreçamento de cláusulas societárias multindexadas.

6.2 O que muda: liquidez, disponibilidade de dados e a natureza bilateral da negociação

A primeira diferença relevante está na origem e na qualidade dos parâmetros que alimentam a simulação. No mercado de derivativos financeiros tradicional, volatilidades e correlações podem, com frequência, ser inferidas diretamente de preços negociados em





mercado líquido e organizado — ou, na ausência de negociação direta do próprio derivativo, estimadas a partir de séries históricas de ativos amplamente observáveis. No contexto societário, essa disponibilidade de dados é a exceção, não a regra: métricas como receita de uma empresa específica, EBITDA setorial ou a probabilidade de ocorrência de um evento regulatório não possuem, em geral, um mercado líquido e contínuo do qual se possa extrair volatilidades implícitas ou correlações observadas diretamente. A calibração da simulação passa, então, a depender mais de séries históricas internas, de comparáveis setoriais ou mesmo de premissas negociadas entre as próprias partes — o que introduz um grau de incerteza sobre os parâmetros de entrada que, no mercado financeiro tradicional, tende a ser comparativamente menor. Essa dinâmica é particularmente relevante em operações envolvendo empresas privadas de menor porte — justamente o perfil em que, segundo Datar, Frankel e Wolfson (2001), earn-outs tendem a ser mais utilizados, dada a maior assimetria informacional entre as partes.

A segunda diferença está na natureza bilateral e não padronizada da negociação societária. Um contrato de swap, mesmo quando customizado, tipicamente se insere em um mercado onde existem convenções, contrapartes múltiplas e, com frequência, algum grau de padronização regulatória ou de praxe de mercado. Uma cláusula societária, por sua vez, nasce inteiramente da negociação bilateral entre duas partes específicas, sem a referência de um mercado secundário onde o próprio instrumento possa ser posteriormente negociado ou verificado. Isso não invalida a lógica de apreçamento aqui defendida, mas reforça a importância de tratar o valor obtido pela simulação como uma **estimativa fundamentada**, útil para orientar a negociação e o dimensionamento de risco entre as partes, e não como um preço de mercado no sentido estrito em que esse termo é usado para instrumentos financeiros líquidos.

Vale registrar, ainda, que cláusulas societárias contingentes frequentemente cumprem uma função que extrapola o escopo estritamente quantitativo deste artigo: Kohers e Ang (2000) documentam que earn-outs também operam como mecanismo de retenção de gestores-chave da empresa-alvo, associando-se a reação positiva dos acionistas do adquirente no





anúncio da operação — evidência de uma função de incentivo comportamental não capturada pelo modelo aqui proposto.

A transposição também esbarra em um regime jurídico-contábil próprio: no Brasil, o earn-out é tratado como "contraprestação contingente" nos termos do CPC 15 (equivalente ao IFRS 3), mensurada a valor justo na data de aquisição, com efeitos tributários que variam conforme sua natureza jurídica — preço, remuneração por serviços futuros, ou prêmio desvinculado do preço (PAULA, 2019; PAIVA, 2017 apud PAULA, 2019). É relevante notar, nesse contexto, que uma condição resolutiva sobre o preço — como a examinada no Acórdão CARF n. 1402-002.336/2016 — caracteriza contingência jurídica, mas não necessariamente dependência de trajetória no sentido quantitativo (path-dependence) adotado neste artigo, distinção que reforça a necessidade de precisão conceitual ao se transpor o vocabulário financeiro para o jurídico-tributário.

6.3 As limitações computacionais permanecem — e se somam a limitações de dados

A ressalva já apresentada na Seção 3 sobre o custo computacional da Simulação de Monte Carlo — maior exigência de processamento, necessidade de ferramentas mais robustas e, tipicamente, menor exatidão pontual frente a uma fórmula fechada, quando esta existe — não desaparece na transposição para o contexto societário; ao contrário, ela se soma à incerteza adicional sobre os próprios parâmetros de entrada discutida acima. Esse acúmulo de fontes de incerteza — computacional e paramétrica — é um ponto que merece ser comunicado com clareza às partes que eventualmente se apoiarem neste instrumental para negociar uma cláusula: a simulação entrega uma estimativa robusta e replicável, mas sua precisão está sempre condicionada à qualidade das premissas de volatilidade e correlação que a alimentam — premissas que, no ambiente societário, exigem julgamento adicional na sua construção.





6.4 Uma continuidade metodológica que aponta para trabalho futuro

Por fim, vale registrar que essa mesma cautela sobre a qualidade dos parâmetros de entrada abre uma linha de desenvolvimento já identificada como relevante mesmo no contexto original de derivativos financeiros: a possibilidade de tratar parâmetros tradicionalmente assumidos como constantes — volatilidades e correlações, em particular — como dependentes do tempo, o que tenderia a refletir com mais fidelidade tanto a dinâmica de mercados financeiros quanto, com ainda mais razão, a dinâmica de indicadores societários ao longo de períodos contratuais que frequentemente se estendem por vários anos. Essa extensão, já identificada como possibilidade de pesquisa futura na literatura de apreçamento de derivativos financeiros, ganha relevância adicional no contexto societário, onde a hipótese de parâmetros constantes ao longo de todo o período contratual é, via de regra, ainda mais frágil do que no mercado financeiro tradicional.

Duas outras direções de extensão, também identificadas na literatura de earn-outs, aproximariam o arcabouço aqui apresentado do comportamento estratégico das partes. A incorporação de risco de inadimplência do adquirente e de risco de litígio pós-fechamento como estados ou eventos discretos adicionais na função de payoff — na linha do modelo proposto por Battauz et al. (2021) — constitui uma dessas direções. Nessa mesma linha, Lukas, Reuer e Welling (2012) propõem um modelo de barganha sequencial e opções reais que determina endogenamente a divisão entre pagamento inicial e earn-out — uma extensão que incorporaria ao arcabouço aqui apresentado o comportamento estratégico das partes durante o período de apuração, hoje tratadas como agentes passivos frente à trajetória simulada.

7. CONCLUSÃO

Este artigo colocou-se a questão de como a Simulação de Monte Carlo multivariada pode ser estruturada para modelar e valorar cláusulas societárias multindexadas e dependentes de trajetória. A resposta proposta parte de uma constatação simples, mas com implicações





práticas relevantes: cláusulas contratuais em negociações societárias — earn-outs, mecanismos de *ratchet*, gatilhos de performance escalonados, ajustes condicionados a múltiplos indicadores — são, em sua essência, instrumentos financeiros contingentes, ainda que raramente tratados como tal pelas partes que os negociam. A distância entre a sofisticação crescente dessas cláusulas e a disponibilidade de instrumental quantitativo acessível para avaliá-las foi o problema que motivou todo o desenvolvimento apresentado.

A resposta proposta não foi a busca por uma nova fórmula fechada — caminho que, como se demonstrou já na Seção 3, tende a se tornar desproporcionalmente custoso a cada indexador ou regra contratual adicional, a ponto de a mera inclusão de uma terceira variável correlacionada transformar um problema simples no mais complexo de se resolver analiticamente. A resposta proposta foi, em vez disso, mostrar que a Simulação de Monte Carlo multivariada — instrumental já consolidado no apreçamento de derivativos financeiros exóticos — se transpõe para o contexto societário sem exigir reformulação metodológica alguma, bastando substituir a origem dos índices simulados. A transformação de Cholesky, o algoritmo de sete passos apresentado na Seção 4 e a lógica de composição modular de payoffs da Seção 5 são, todos eles, agnósticos quanto à natureza financeira ou societária do indexador em questão — e é exatamente essa agnosticidade estrutural que sustenta o objetivo de "desmistificação" anunciado já na introdução deste trabalho.

A Taxonomia AQCEN, apresentada na Seção 5, cumpriu um papel duplo nesse percurso: por um lado, ofereceu ao leitor não especialista uma biblioteca de payoffs genéricos, organizados por nível de complexidade estrutural, que pode ser consultada e recombina a cada nova cláusula concreta que se apresente — dispensando a sensação, comum a quem negocia esse tipo de instrumento, de estar diante de um problema inteiramente novo a cada operação. Por outro lado, corroborou, no plano conceitual, a tese central do artigo: a progressão da coluna "Método Quantitativo" ao longo das dezenove linhas da tabela confirma que, tão logo se ultrapassa a estrutura mais elementar de valor observado em data única, a Simulação de Monte Carlo — simples, multivariada ou híbrida — se torna o caminho natural, e não a exceção.





Cabe reconhecer, com a mesma honestidade que orientou a Seção 3, que essa proposta não elimina custos, apenas os desloca para um lugar mais tratável. A exigência computacional da Simulação de Monte Carlo permanece — e, como discutido na Seção 6, soma-se, no contexto societário, a uma incerteza adicional sobre a própria qualidade dos parâmetros de entrada, dada a menor disponibilidade de dados de mercado líquido para calibrar volatilidades e correlações de indicadores não financeiros. Trata-se de um custo real, mas administrável, e certamente inferior ao custo de se buscar, cláusula a cláusula, uma solução analítica fechada que, como se demonstrou, frequentemente não existe ou se revela impraticável de derivar.

Como extensões naturais deste trabalho, duas linhas se destacam. A primeira é a incorporação de exemplos numéricos ilustrativos — aplicando o algoritmo da Seção 4 e as fórmulas de payoff da Seção 5 a casos concretos, com dados simulados ou reais, de modo a demonstrar empiricamente a proximidade entre os resultados da simulação e eventuais soluções analíticas de referência, à semelhança da validação cruzada já mencionada no exemplo do item 5.6.2. A segunda, já identificada como fronteira de pesquisa relevante mesmo no contexto original de derivativos financeiros que fundamenta este artigo, é a extensão dos parâmetros do modelo — hoje tipicamente tratados como constantes — para formulações dependentes do tempo, o que tenderia a capturar com maior fidelidade a dinâmica de indicadores societários ao longo de períodos contratuais frequentemente extensos, e que constitui, portanto, um passo natural para aprofundar a precisão e a aplicabilidade prática do instrumental aqui apresentado. Reforça-se que a contribuição deste artigo é de natureza conceitual, metodológica e didática — a proposta de uma arquitetura de simulação e de uma taxonomia de payoffs —, e não uma validação empírica com dados de mercado ou testes estatísticos, o que permanece como direção natural para desenvolvimentos futuros.

Em suma, este artigo não propõe uma técnica nova, mas uma ponte: entre um instrumental quantitativo já maduro no mercado de derivativos financeiros e um universo de negociações societárias que, cada vez mais, demanda esse mesmo rigor analítico sem, no





entanto, ter fácil acesso a ele. Se essa ponte se mostrar útil a quem estrutura e negocia esse tipo de cláusula no dia a dia, o objetivo central deste trabalho terá sido cumprido.

REFERÊNCIAS

Base metodológica (derivativos e Simulação de Monte Carlo)

AZEVEDO, Hugo Daniel de Oliveira; BARBACHAN, José Fajardo. "Apreçamento de Derivativos Bidimensionais". IBMEC Business School — FinanciaLab Working Paper, 2004.

BLACK, F.; SCHOLES, M. "The Pricing of Options and Corporate Liabilities". *Journal of Political Economy*, v. 81, 1973.

BOYLE, P.; EVNINE, J.; GIBBS, S. "Numerical Evaluations of Multivariate Contingent Claims". *Review of Financial Studies*, v. 2, p. 241-250, 1989.

FORTUNA, Eduardo. *Mercado Financeiro: Produtos e Serviços*. 15. ed. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2002.

HAUGH, Martin. "The Monte Carlo Framework, Examples from Finance and Generating Correlated Random Variables". Monte Carlo Simulation: IEOR4703, Columbia University, 2004.

HAUG, Espen Gaarder. *The Complete Guide to Option Pricing Formulas*. New York: McGraw Hill, 1997.

HULL, John. *Introdução aos Mercados Futuros e de Opções*. 2. ed. São Paulo: BM&F/Cultura Editores Associados, 1996.

JOHNSON, H. "Options on the Maximum or the Minimum of Several Assets". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 22, p. 277-283, 1987.

LOZARDO, Ernesto. *Derivativos no Brasil: Fundamentos e Práticas*. 2. ed. São Paulo, 1998.

MARGRABE, W. "The Value of an Option to Exchange One Asset for Another". *The Journal of Finance*, v. 23, p. 177-186, 1978.

RUBINSTEIN, M. "Exchange Options". Working paper não publicado, UC Berkeley, 1991.

RUBINSTEIN, M. "Somewhere Over the Rainbow". *Risk Magazine*, n. 10, p. 63-66, 1991.

RUBINSTEIN, M. "Rainbow Options". 1995.





RUBINSTEIN, M. "On the Relation Between Binomial and Trinomial Option Pricing Models". *Journal of Derivatives*, 2000.

SANVICENTE, Antonio Zoratto. *Derivativos*. 1. ed. São Paulo: Publifolha, 2003.

SANTOS, José Evaristo. *Dicionário de Derivativos*. 1. ed. São Paulo: Atlas, 1998.

STULZ, R. "Options on the Minimum or the Maximum of Two Risky Assets: Analysis and Applications". *Journal of Financial Economics*, v. 10, p. 161-185, 1982.

WEST, Graeme. "Exotic Swaps and Options". Financial Modelling Agency — Programme in Advanced Mathematics of Finance, University of the Witwatersrand, 2004.

Referências complementares sugeridas (negociações societárias e contratos contingentes em M&A)

BATTAUZ, A. et al. "Earnouts: The Real Value of Disagreement in Mergers and Acquisitions". *European Financial Management*, v. 27, p. 981-1024, 2021.

CAIN, M. D.; DENIS, D. J.; DENIS, D. K. "Earnouts: A Study of Financial Contracting in Acquisition Agreements". *Journal of Accounting and Economics*, v. 51, n. 1-2, p. 151-170, 2011.

DATAR, S.; FRANKEL, R.; WOLFSON, M. "Earnouts: The Effects of Adverse Selection and Agency Costs on Acquisition Techniques". *Journal of Law, Economics, and Organization*, v. 17, n. 1, p. 201-238, 2001.

KOHERS, N.; ANG, J. "Earnouts in Mergers: Agreeing to Disagree and Agreeing to Stay". *The Journal of Business*, v. 73, n. 3, p. 445-476, 2000.

LUKAS, E.; REUER, J. J.; WELLING, A. "Earnouts in Mergers and Acquisitions: A Game-Theoretic Option Pricing Approach". *European Journal of Operational Research*, v. 223, n. 1, p. 256-263, 2012.

Literatura e jurisprudência brasileiras sobre contraprestação contingente (earn-out) — CPC 15/IFRS 3

PAULA, José Arnaldo Godoy Costa de. "O Earn Out na Compra de Participações Societárias e seus Efeitos Tributários sobre o Custo de Aquisição de Investimentos". *Revista Direito Tributário Atual*, n. 43, ano 37, p. 222-251. São Paulo: IBDT, 2º semestre 2019.





ALVES, Daniel Rodrigues. *Determinabilidade, negociação e elaboração de cláusulas de preço contingente (earn-out) nas operações de compra e venda de participação societária ou de estabelecimento e análise de conflitos à luz do princípio da boa-fé objetiva*. Dissertação de Mestrado. Escola de Direito de São Paulo da Fundação Getulio Vargas (FGV Direito SP), 2016.

PAIVA, Mariana Monte Alegre. *Controvérsias tributárias dos mecanismos contratuais de ajuste de preço em operações de fusões e aquisições*. Dissertação de Mestrado. Escola de Direito de São Paulo da Fundação Getulio Vargas (FGV Direito SP), 2017.

Recebido em: 30/06/2026

Aprovado em: 19/07/2026

Publicado em: 10/08/2026

Anexo I — Taxonomia Geral de Cláusulas Negociais segundo sua Arquitetura Quantitativa (AQC�)

N ^o	Cláusula Genérica	Tipologia de variáveis	Estrutura	Operadores Contratuais	Família Estrutural de Modelagem	Análogo Financeiro	Principal Desafio	Método Quantitativo	Estratégia Computacional	Categorização Analítica	Rubricas Heurísticas
1	Ajuste por valor observado em uma única data	Equity, Performance, Patrimonial, Mercado	Univariada	Valor instantâneo	Estado Terminal	Forward/ Europeia	Avaliação do estado final	Fórmulas Analíticas	Avaliação pontual	CV • CT • CC	Uma família; observação única; implementação analítica.
2	Ajuste pela média de um indicador	Equity, Performance, Mercado	Univariada	Média Temporal	Média Temporal	Asian	Registrar trajetória	Monte Carlo	Armazenamento histórico	CO • CT • CC	Média temporal; armazenamento da trajetória.
3	Ajuste por valor acumulado	Performance, Fluxo de Caixa, Dividendos, Passivos	Univariada	Acumulação	Processo Acumulativo	Asian Acumulada	Acumulação temporal	Monte Carlo	Acumuladores temporais	CO • CT • CC	Integração temporal contínua.
4	Maior ou menor valor observado	Equity, Mercado, Commodities	Univariada	Máximo/ Mínimo	Extremos Históricos	Lookback	Monitorar extremos	Monte Carlo	Atualização contínua	CO • CT • CC	Monitoramento contínuo.
5	Permanência acima/abaixo de limite	Equity, Performance, Crédito	Univariada	Persistência	Restrições Temporais	Parisian	Verificar permanência	Monte Carlo	Controle contínuo	CL • CT • CC	Restrição temporal permanente.
6	Ativação/extinção por barreira	Equity, Mercado, Commodities	Univariada	Barreira	Primeira Passagem	Knock-In/ Knock-Out	Detectar cruzamento	Monte Carlo	Monitor de eventos	CO • CL • CT	Primeira passagem.
7	Média móvel	Todas	Univariada	Janela móvel	Observação Deslizante	Rolling Asian	Janela dinâmica	Monte Carlo	Buffer temporal	CO • CT	Janela deslizante.
8	Dois indicadores	Duas famílias	Multivariada	Correlação	Modelo Multifatorial	Basket	Dependência entre fatores	Monte Carlo Multivariado	Vetores correlacionados	CV • CP • CC	Correlação simples.
9	Múltiplos indicadores	Diversas famílias	Multivariada	Correlação multivariada	Modelo Multifatorial Correlacionado	Rainbow/Multi-Asset	Dependência conjunta	Monte Carlo Multivariado	Matrizes de correlação	CV • CP • CC	Múltiplas famílias correlacionadas.
10	Enterprise Value	Equity + Capital + Performance	Multivariada	Correlação estrutural	Modelo Estrutural	Basket	Integração patrimonial	Monte Carlo Multivariado	Engine multifatorial	CV • CP	Integração estrutural.

N ^o	Cláusula Genérica	Tipologia de variáveis	Estrutura	Operadores Contratuais	Família Estrutural de Modelagem	Análogo Financeiro	Principal Desafio	Método Quantitativo	Estratégia Computacional	Categorização Analítica	Rubricas Heurísticas
								o			
11	Desempenho e passivos	Performance + Passivos + Crédito	Multivariada	Correlação	Modelo com Contingências	Basket/Spread	Contingências	Monte Carlo Multivariado	Módulos integrados	CV • CD • CP	Integração financeira e contingencial.
12	Financeiros + macro + câmbio	Performance + Mercado + FX + Commodities	Multivariada	Correlação	Modelo Multindexado	Multi-Asset	Mercados distintos	Monte Carlo Multivariado	Motor multifatores	CV • CD • CP	Múltiplas famílias e processos.
13	Eventos jurídicos/regulatórios	Jurídico + demais fatores	Híbrida	Evento discreto	Modelo de Eventos	Digital	Eventos discretos	Monte Carlo Híbrido	Agenda de eventos	CD • CL • CC	Eventos sobre processos contínuos.
14	Desempenho + eventos jurídicos	Performance + Jurídico + Crédito	Híbrida	Evento + Correlação	Modelo Contínuo-Discreto	Barrier + Evento	Integração contínuo-discreto	Monte Carlo Híbrido	Simulação híbrida	CD • CP • CL	Integração eventos/processos.
15	Mudança de rating	Crédito + Mercado	Híbrida	Mudança de estado	Cadeias de Estados	Credit Barrier	Transições	Monte Carlo Híbrido	Máquina de estados	CD • CL	Estados discretos.
16	Sequência de eventos	Todas	Multietapas	Sequenciamento	Modelo Sequencial	Sequential Trigger	Ordem cronológica	Monte Carlo	Máquina de estados	CL • CT	Sequência temporal.
17	Persistência múltipla	Diversas	Multivariada	Persistência múltipla	Modelo Multi-Restrições	Multi-Barrier	Restrições simultâneas	Monte Carlo	Monitor paralelo	CO • CL • CT	Múltiplas restrições.
18	Mudança de regime	Diversas	Adaptativa	Mudança de regime	Modelo de Regimes Variáveis	Regime Switching	Mudança dinâmica	Monte Carlo	Arquitetura orientada a regras	CD • CL • CC	Mudanças estruturais.
19	Arquitetura exótica multindexada	Todas	Exótica	Operadores compostos	Arquitetura Multicamadas	Exótico Path-Dependent	Integração completa	Monte Carlo Multivariado Híbrido	Arquitetura modular	CV • CD • CP • CO • CL • CT • CC	Todas as dimensões arquiteturais.

Legenda de categorização analítica: CV — Complexidade de Tipologia de Variáveis · CD — Complexidade Dinâmica · CP — Complexidade de Dependências · CO — Complexidade dos Operadores · CL — Complexidade Lógica · CT — Complexidade Temporal · CC — Complexidade Computacional.

Código	Dimensão Arquitetural	O que representa	Pergunta orientadora	Exemplo
CV	Complexidade de Tipologia de Variáveis	Quantidade e diversidade da tipologia de variáveis que influenciam a cláusula contratual.	Quais variáveis o contrato precisa observar?	Uma cláusula baseada apenas no EBITDA possui CV menor que outra baseada simultaneamente em EBITDA, dívida líquida, inflação e câmbio.
CD	Complexidade Dinâmica	Complexidade dos modelos necessários para representar a evolução temporal da tipologia de variáveis.	Como essas variáveis evoluem ao longo do tempo?	O preço de uma ação pode ser modelado por Movimento Browniano Geométrico, enquanto uma classificação de crédito pode exigir Cadeias de Markov.
CP	Complexidade de Dependências	Grau de interdependência entre as variáveis da tipologia.	Como essas variáveis se relacionam?	Uma cláusula que depende simultaneamente do preço da ação e da taxa de câmbio exige modelar sua correlação ou outra forma de dependência conjunta.
CO	Complexidade dos Operadores	Sofisticação dos operadores matemáticos ou contratuais utilizados para transformar as informações observadas.	Como o contrato processa os dados observados?	Em vez de utilizar apenas o valor final da ação, a cláusula pode utilizar a média móvel dos últimos doze meses ou o maior valor observado no período.
CL	Complexidade Lógica	Complexidade das regras condicionais presentes na cláusula.	Quais condições jurídicas precisam ser satisfeitas?	"Se o EBITDA superar R\$ 100 milhões e a alavancagem permanecer abaixo de 2,5x, então o earn-out será devido."
CT	Complexidade Temporal	Grau de dependência da trajetória temporal (<i>path-dependence</i>) da cláusula.	De que maneira o tempo influencia o direito econômico?	O pagamento pode depender da média dos resultados de três exercícios consecutivos ou da permanência de determinado indicador acima de um limite durante todo o período contratual.
CC	Complexidade Computacional	Esforço computacional necessário para implementar e valorar a cláusula.	Como essa cláusula será implementada computacionalmente?	Uma cláusula simples pode ser calculada diretamente em planilha, enquanto outra poderá exigir simulações de Monte Carlo multivariadas com milhares de trajetórias.

***Nota:** os descritores de categorização analítica não constituem uma métrica numérica de complexidade, mas um conjunto de dimensões heurísticas destinadas a caracterizar a arquitetura quantitativa de cláusulas negociais. Cada dimensão evidencia um aspecto específico da modelagem necessária, permitindo comparar diferentes estruturas contratuais e orientar a escolha dos métodos quantitativos mais adequados para sua avaliação.*